3°/ Montrer que l'équation $f(x)=0$ est équivalente à l'équation:

$$(E): 1+\frac{1}{\sqrt{x}}=x$$

4°/ Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=1+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

a) Vérifier que $g(\alpha)=\alpha$.

b) Montrer que g est une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Calculer $g^{-1}(x)$ pour chaque $x\in J$.

Exercice 7 :

Soit $g(x)=x^3-x^2+3x+1$.

1°/a) Etudier les variations de g.

b) Montrer qu'il existe un seul réel α solution de $g(x)=0$.

c) Vérifier que $-\frac{1}{3}<\alpha<0$.

2°/ Etudier le signe de $g(x)$.

3°/ Soit $h(x)=\frac{x^2-1}{x^2+3}$.

a) Vérifier que $h(\alpha)=\alpha$.

b) Etudier les variations de h.

Exercice 8 :

Soit la fonction φ définie sur $[0,\pi]$ par $\varphi(x)=1+4\cos x$.

1°/ Etudier les variations de φ sur $[0,\pi]$.

2°/a) Montrer que l'équation $\varphi(x)=0$ admet une seule solution α.

b) Vérifier que $\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{2\pi}{3}$.

c) Etudier le signe de $\varphi(x)$.

3°/ Soit $f:[0,\pi]\to\mathbf{R}$

$$x\mapsto 2\cos^2 x+\cos x-1$$

a) Montrer que f est dérivable sur $[0,\pi]$ et que :

$\forall x\in[0,\pi]$: $f'(x)=-\sin x\cdot\varphi(x)$.